wwww.mathe-im-advent.de

Aufgaben und Lösungen 2008

Herausgegeben vom:
Redaktionsbüro Mathematik
Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik MA 6-2
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin
Kontakt: info@mathe-im-advent.de

Inhaltsverzeichnis

1 Zimtsterne 3

2 Das Schlittenrennen 4

3 Der sonderbare Wunschzettel 5

4 Der vergessliche Weihnachtswichtel Heinz 6

5 Finjas Reise mit dem Hundeschlitten 7

6 Leise, Rieselt und Schnee 8

7 Der verschlüsselte Wunschzettel 9

8 Geschenkewünsche aus Berlin 10

9 Fünf auf fünf 11

10 Die Weihnachtslotterie 12

11 Die weihnachtliche Zapfsäule 13

12 Wer hat das Geschenk versteckt? 14

13 Rechnen mit Keksen 15

14 Die Weihnachtstörtchen von Bäcker Haarspalte 16

15 Weihnachtszauberei 17

16 Ausflug in den Hotzenwald 18

17 Auf die richtige Menge Zucker kommt es an! 19

18 Stress mit der Weihnachtspost 20

19 Rentier Rudi auf Diät 21

20 In der Weinachtsschneiderei 22

21 Zähle die Geschwister! 23

22 Tims Weihnachtskugeln 24

23 Das Geschenkband 25

24 Naschereien am Weihnachtsbaum 26

25 Lösungen 27

1 Zimtsterne

Casper, David und Friedrich freuen sich fast nur wegen der leckeren Zimtsterne auf Weihnachten. Die drei lieben dieses Weihnachtsgebäck und vertilgen gemeinsam 49 Stück. Casper isst doppelt so viele Zimtsterne wie David und sogar viermal so viele wie Friedrich. Wie viele Zimtsterne hat David gegessen?

(a) 12

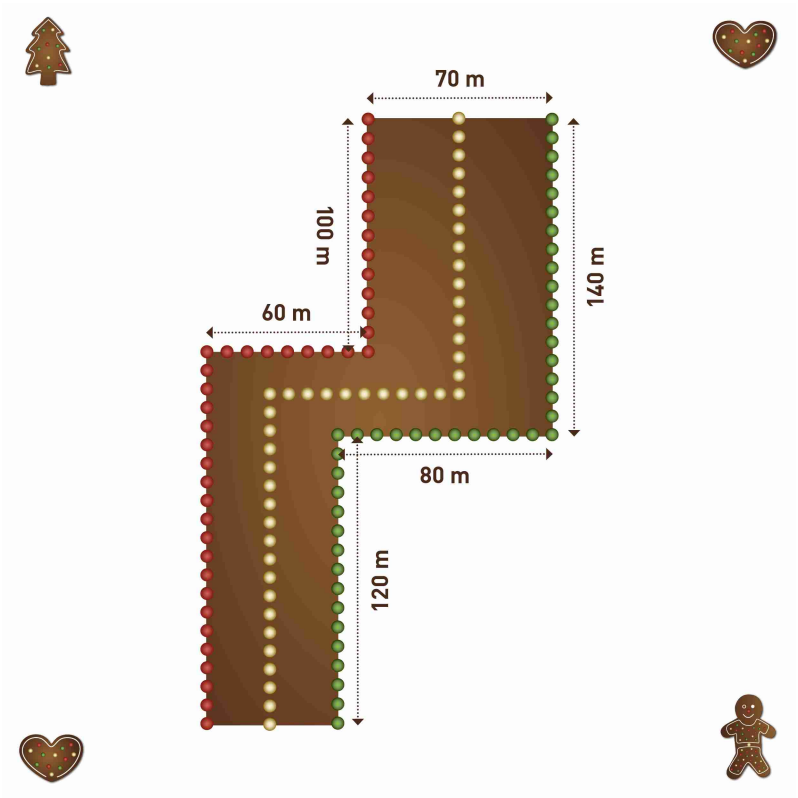
(b) 16

(c) 14

(d) 10

2 Das Schlittenrennen

Lange vor Weihnachten kommen alle Weihnachtswichtel und angehende Weihnachtsmänner zum großen Schlittenrennen zusammen. In diesem Jahr schlägt der Oberweihnachtswichtel eine Route vor, die anders als sonst, nicht geradlinig verläuft. Auf der Rennstrecke treten jeweils drei Schlitten gegeneinander an. Die drei parallel verlaufenden Strecken sind in der Zeichnung unten markiert. An den Eckpunkten sind jeweils Pfeiler aufgestellt, so dass die Schlitten den Weg nicht abkürzen können. Der Oberweihnachtswichtel hat bereits die rot markierte Bahn ganz links für sich beansprucht. Nun gibt es Streit: Weihnachtsmann Navigo, der jedes Jahr die Routen für die Weihnachtsmänner berechnet, wirft dem Oberweihnachtswichtel vor, er habe für sich die kürzeste Strecke ausgesucht. Stimmt das?



(a) Nein, die Wege sind alle gleich lang.

(b) Ja, der Weg am linken Rand ist der kürzeste.

(c) Nein, der Weg in der Mitte ist der kürzeste.

(d) Nein, der Weg am rechten Rand ist der kürzeste.

3 Der sonderbare Wunschzettel

Der Weihnachtsmann findet in seinem Briefkasten einen sonderbaren Wunschzettel von einer Schule. Er wundert sich über die komischen Zeichen vor den einzelnen gewünschten Gegenständen. Er befragt Rudi, sein schlauestes Rentier: „Sag mal Rudi, weißt Du, was das bedeutet?“ „Na klar, das sind römische Zahlen! Hast Du das denn nicht in der Schule gelernt?“ Kannst Du dem Weihnachtsmann helfen und ihm sagen, wie viele Geschenke er insgesamt an die Schule schicken muss?

(a) MMCVIII

(b) 2008

(c) MDCXC

(d) MDCCI

4 Der vergessliche Weihnachtswichtel Heinz

Weihnachtswichtel Heinz ist der vergesslichste unter den Helfern des Weihnachtsmanns. Das kostet ihn viel Zeit: Hat er eine Geschenk in der Werkstatt liegen lassen, benötigt er 25 Minuten, wenn er von zu Hause aus zur Werkstatt läuft und sich von einem Rentier zurücktragen lässt. Nimmt er auch für den Hinweg ein Rentier, braucht er fünf Minuten weniger. Wie lange würde er brauchen, wenn er hin und zurück zu Fuß ginge?

(a) 28 Minuten

(b) 30 Minuten

(c) 32 Minuten

(d) 35 Minuten

5 Finjas Reise mit dem Hundeschlitten

Jedes Jahr das gleiche: Immer liegen die Geschenke unterm Weihnachtsbaum, aber den Weihnachtsmann bekommt Finja nie zu Gesicht. Für das nächste Weihnachtsfest nimmt sich Finja vor, den Weihnachtsmann höchstpersönlich aufzusuchen. Dafür muss sie von Berlin aus ins 2437 km entfernte lappländische Korvatunturi reisen. Da es in den letzten Wochen viel geschneit hat, reist Finja mit ihrem großen Schlitten, der von Schlittenhunden gezogen wird. Jeden Tag schafft sie 100 km. Doch wenn Finja und die Hunde nachts zusammen auf dem Schlitten schlafen, kommen freche Kobolde und ziehen sie um 10 km zurück. So geht es jede Nacht – wann also muss Finja spätestens losfahren, um rechtzeitig am 24. Dezember in Korvatunturi einzutreffen?

(a) 27. November

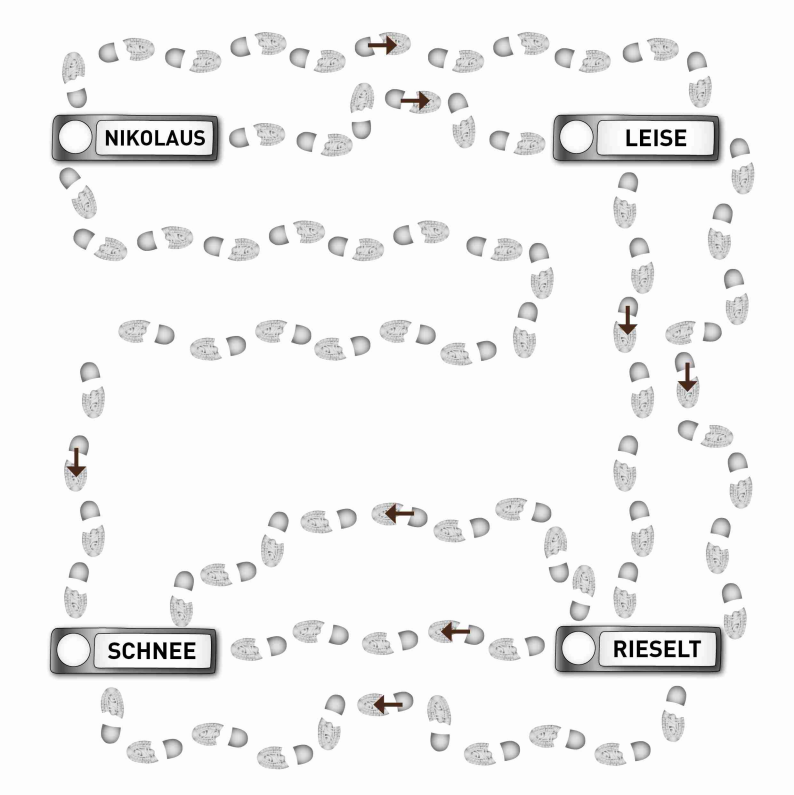
(b) 29. November

(c) 30. November

(d) 28. November

6 Leise, Rieselt und Schnee

Der Nikolaus muss noch drei Familien Geschenke bringen, bevor er endlich Feierabend machen kann. Auf seiner Liste stehen Familie Leise, Familie Rieselt und Familie Schnee. Er startet seine Tour von zu Hause aus. Er darf sich immer nur in Pfeilrichtung bewegen. Wie viele verschiedene Routen führen an allen drei Häusern vorbei?



(a) 12

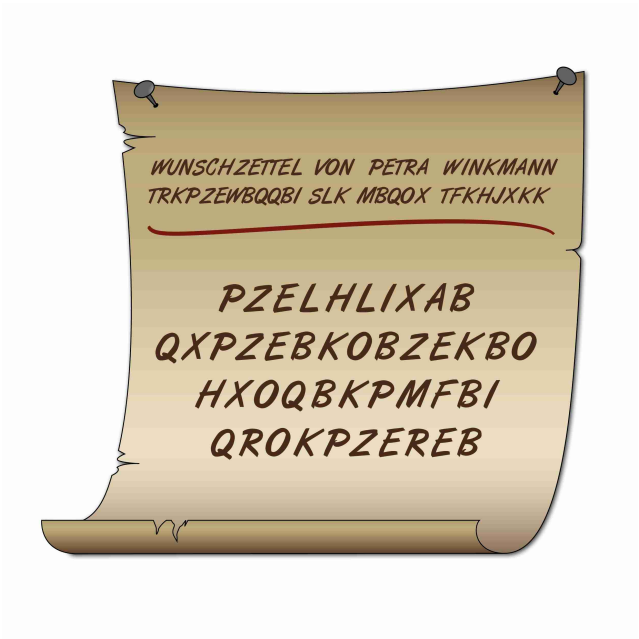
(b) 7

(c) 8

(d) 24

7 Der verschlüsselte Wunschzettel

Schon wieder muss der Weihnachtsmann einen Wunschzettel entschlüsseln. Es wird ihm aber auch nicht leicht gemacht in diesem Jahr. Der Wunschzettel sieht wirklich merkwürdig aus, ob vielleicht die Überschrift eine Hilfe ist? Welche Art von Geschenk wünscht sich Petra auf alle Fälle?



(a) Kuscheltier

(b) Bücher

(c) Spielekonsole

(d) Süßigkeiten

8 Geschenkewünsche aus Berlin

Jedes zweite Kind in Berlin wünscht sich mindestens zwei Geschenke zu Weihnachten. Jedes fünfte dieser Kinder wünscht sich sogar mindestens drei Geschenke. Das heißt mindestens drei Geschenke wünscht sich unter allen Kindern

(a) jedes 8. Kind.

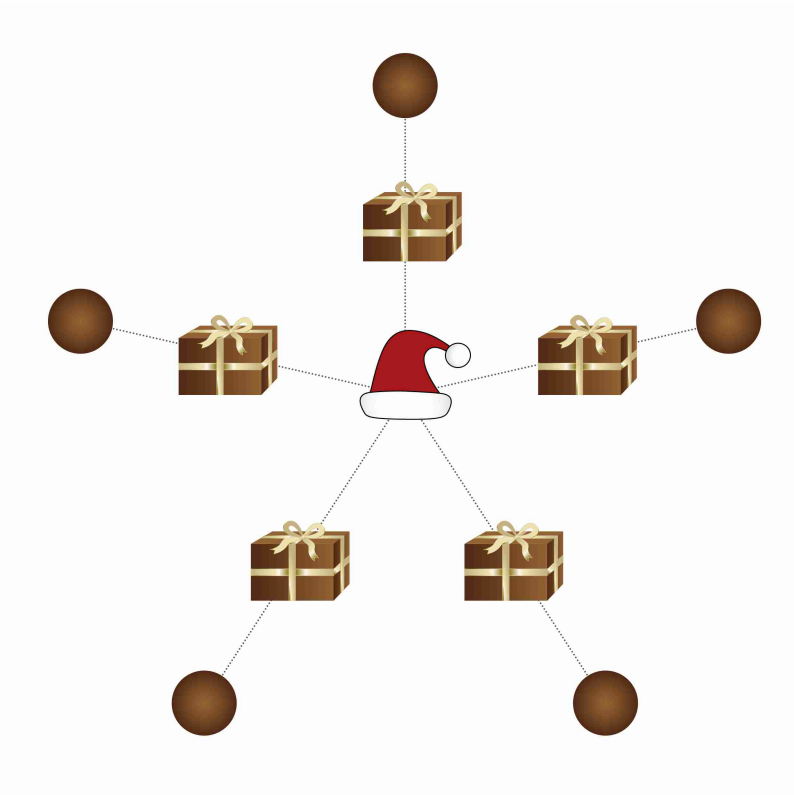
(b) jedes 5. Kind.

(c) jedes 10. Kind.

(d) jedes 3. Kind.

9 Fünf auf fünf

Heute hat der Weihnachtsmann einen schlechten Tag. Er kommt mit dem Geschenkeverteilen gar nicht voran, weil er den ganzen Tag immer nur über Fragen nachdenkt, die beginnen mit: Was wäre, wenn? Fragen wie zum Beispiel diese: Der Weihnachtsmann möchte an fünf Kinder fünf verschiedene Geschenke verteilen, je ein Geschenk für jedes Kind. Dabei eignet sich jedes Geschenk für alle Kinder gleichermaßen. Wie viele unterschiedliche Möglichkeiten hat er, die Geschenke an die Kinder zu verteilen, unter der Voraussetzung, dass keines der Kinder leer ausgeht?



(a) 5

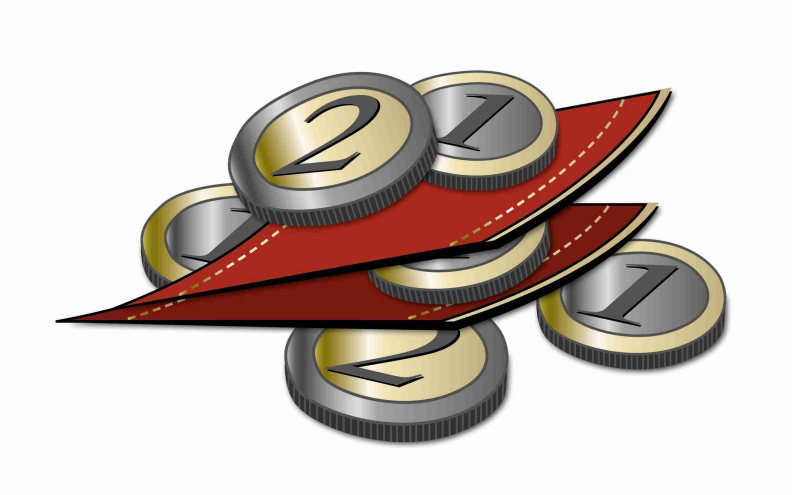
(b) 15

(c) 25

(d) 120

10 Die Weihnachtslotterie

Axel, Raman und Thilo kaufen zwei Lose in der Weihnachtslotterie, das Stück zu drei Euro. Axel gibt einen Euro dazu, Raman zwei Euro und Thilo drei Euro. Sie haben Glück, gewinnen 66 Euro und teilen den Gewinn entsprechend ihrem Einsatz untereinander auf. Wie viel bekommt Raman?



(a) 11 Euro

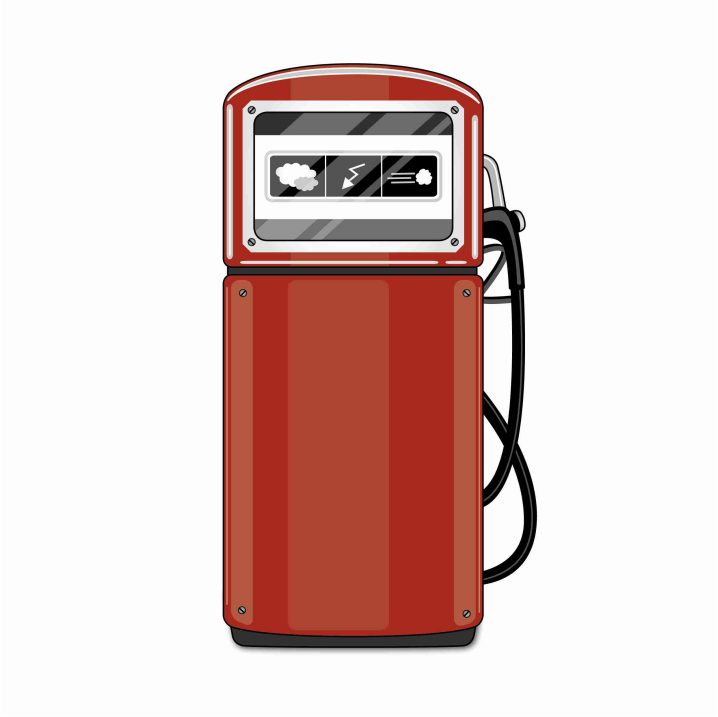
(b) 22 Euro

(c) 16 Euro

(d) 20 Euro

11 Die weihnachtliche Zapfsäule

Für den Fall, dass Rentiere krank werden, hat der Weihnachtsmann sicherheitshalber noch motorbetriebene Schlitten in seiner Garage stehen. Diese Weihnachtsschlitten werden mit einem ganz speziellen Kraftstoff angetrieben, den man nur an der weihnachtlichen Zapfsäule bekommen kann. Ein Liter dieses Kraftstoffs enthält 500 ml Wolkenzisch vermengt mit 500 ml Blitzeflitz, wobei Blitzeflitz zur Hälfte aus Supersaus besteht. Welchen Anteil Supersaus enthält der Treibstoff?



(a) 1/2

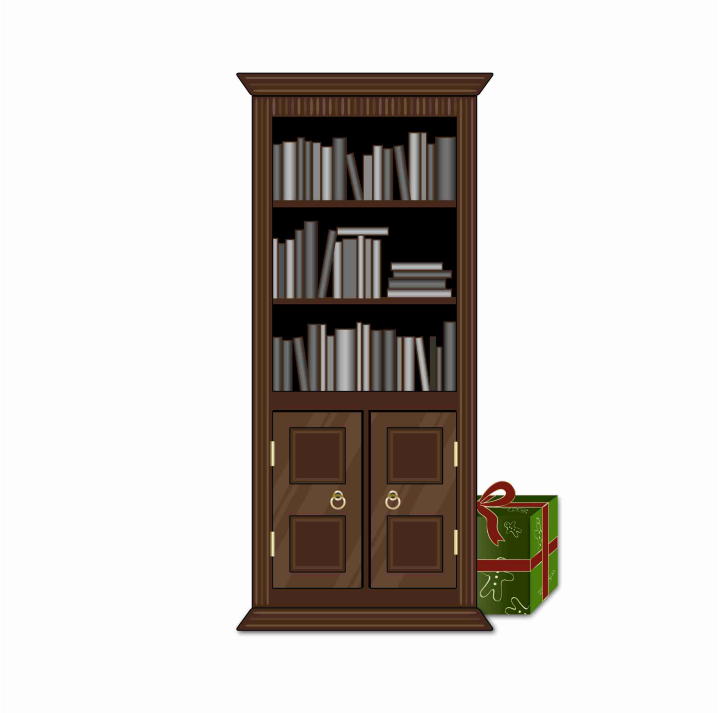
(b) 1/3

(c) 1/4

(d) 1/8

12 Wer hat das Geschenk versteckt?

Anna, Mareike, Bruno und Benjamin haben ein Weihnachtsgeschenk für ihren Vater gebastelt, eines der Kinder hat es versteckt. Nachdem die Mutter das ganze Haus auf den Kopf gestellt hat, fragt sie entnervt: „Wer von Euch hat das Geschenk versteckt?“ Sie erhält vier Antworten.
Anna: Ich war's nicht.
Mareike: Ich war's auch nicht.
Bruno: Es war Benjamin.
Benjamin: Es war Mareike.
Es kommt heraus, dass genau ein Kind gelogen hat. Wer hat das Geschenk versteckt?



(a) Anna

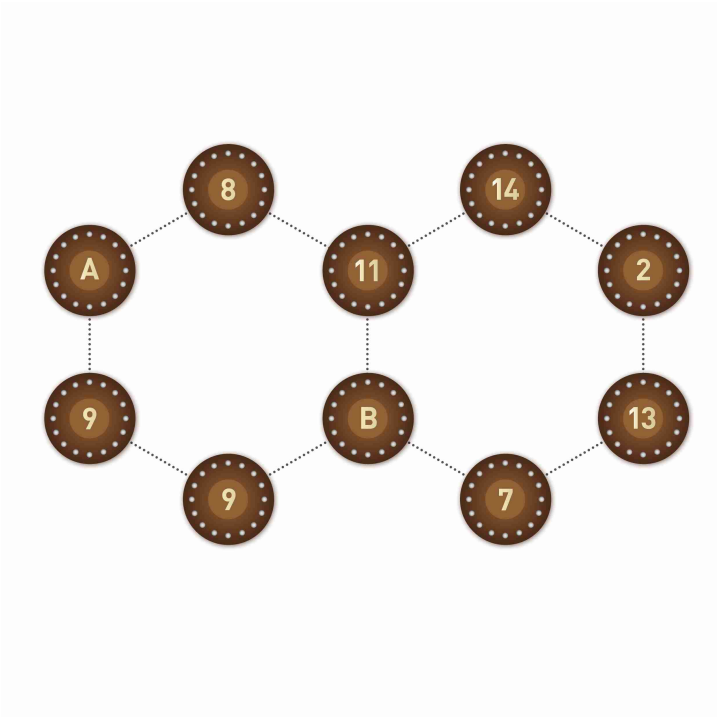
(b) Mareike

(c) Benjamin

(d) Bruno

13 Rechnen mit Keksen

Sonja und Markus haben Zahlen- und Buchstabenkekse gebacken und spielen damit ein wenig herum, während sie essen. Auf dem Bild kannst Du ihre Anordnung der Kekse sehen. Auf jedem der beiden Ringe soll die Summe der Zahlen 55 sein. Durch welchen Zahlenkeks muss der Buchstabenkeks A ersetzt werden?



(a) 9

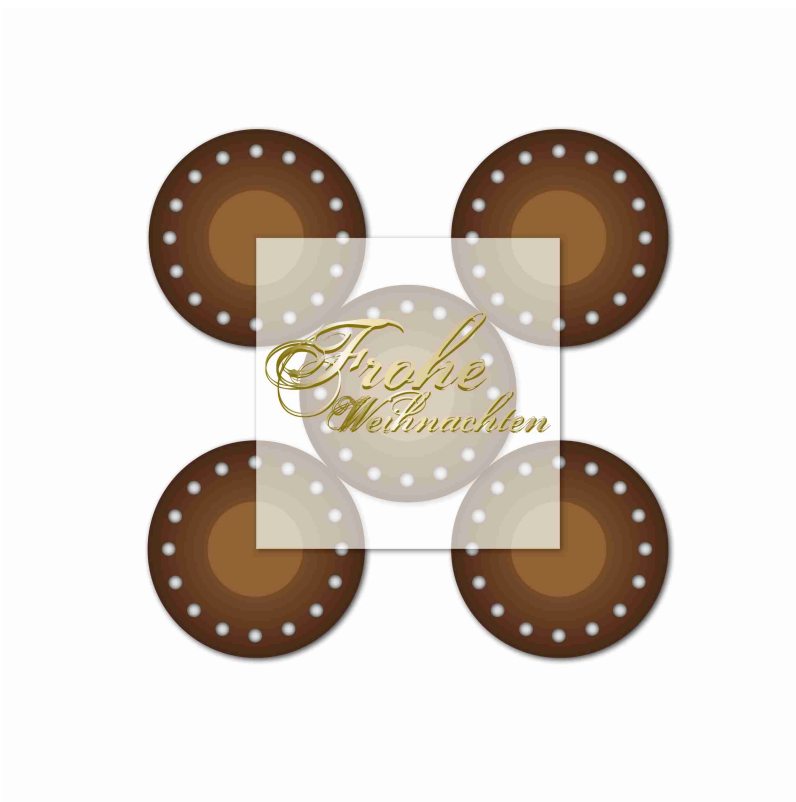
(b) 10

(c) 13

(d) 16

14 Die Weihnachtstörtchen von Bäcker Haarspalte

Beim diesjährigen Weihnachtsbasar gibt es wieder die besonders leckeren Weihnachtstörtchen von Bäcker Haarspalte. Der alte Opa Fritz reserviert für seine Enkelin Sophie fünf Törtchen, indem er einen quadratischen Zettel so auf die Törtchen legt, dass die Ecken des Zettels genau auf den Mittelpunkten der kreisrunden Törtchen aufliegen. Außerdem berühren sich die Törtchen, wie in der Zeichnung angedeutet. Als er die Törtchen später abholen möchte, reicht ihm der Bäcker ein ganzes Törtchen und vier Törtchenstücke. „Ich habe natürlich nur den Anteil der Törtchen reserviert, der von dem Zettel genau abgedeckt war," fügt Bäcker Haarspalte erklärend hinzu. „Und selbstverständlich musst Du nicht den Preis für fünf ganze Törtchen zahlen. Ich berechne Dir nur Deinen Anteil an den fünf Törtchen. Statt zehn Euro für fünf Törtchen bekomme ich also nur



(a) zwei Euro."

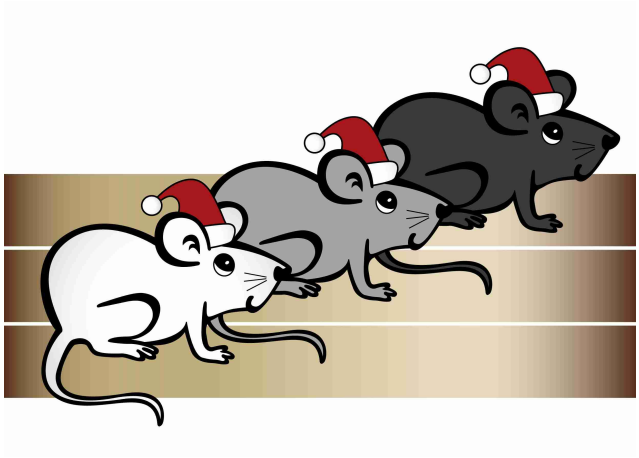
(b) vier Euro."

(c) drei Euro."

(d) fünf Euro."

15 Weihnachtszauberei

Heute tritt Weihnachtsfee Adelaide mit ihren Mäusen bei der Adventsshow auf. Unter ihrem Zaubertuch hat sie elf weiße, sieben graue und fünf schwarze Mäuse versteckt. Durch das Tuch können weder sie noch die Zuschauer die Farben der Mäuse erkennen. Matze meldet sich freiwillig aus dem Publikum und bekommt von der Weihnachtsfee folgende Aufgabe: Er soll mit verbundenen Augen je eine weiße, graue und schwarze Maus unter dem Tuch hervorholen. Wie viele Mäuse muss er mindestens hervorholen, damit er sicher sein kann, dass er von jeder Farbe mindestens eine Maus hervorgeholt hat?



(a) 3

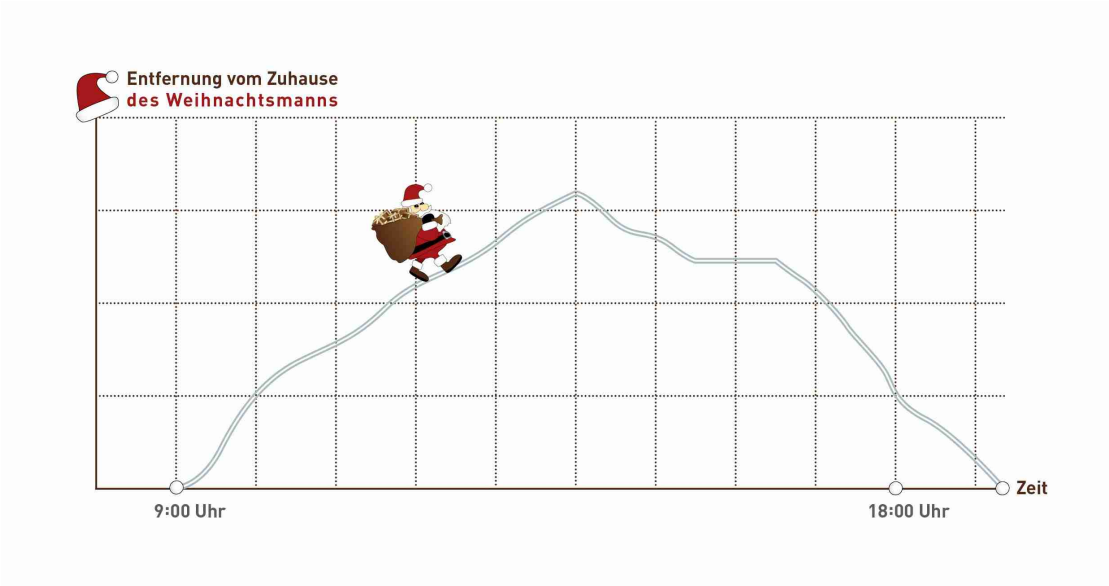
(b) 12

(c) 13

(d) 19

16 Ausflug in den Hotzenwald

Fast hätte der Weihnachtsmann vergessen, ein Geschenk bei Arni aus dem Hotzenwald abzuliefern. Er beschließt, gleich morgen einen Ausflug dorthin zu machen. Dazu geht er in der Frühe um 9 Uhr los und läuft auf demselben Weg hin und zurück zu Arni; erst abends kommt er wieder an und fällt totmüde zu Hause ins Bett. Das Diagramm stellt seine Wanderung dar. Wie viel Zeit ist vergangen zwischen dem Zeitpunkt, an dem der Weihnachtsmann von Arnis Haus aus seinen Nachhauseweg angetreten hat, und dem Moment, als er sich auf einer Waldlichtung zu einer Rast niedergelassen hat?



(a) 1 Stunde

(b) 1 Stunde 30 Minuten

(c) 3 Stunden

(d) 5 Stunden 30 Minuten

17 Auf die richtige Menge Zucker kommt es an!

Für die luftigleichten Lebkuchen aus der Weihnachtsbäckerei benötigt man einen Teig, der zur Hälfte aus Zucker besteht. Der Bäckerlehrling stellt fest, dass der Teig für die heutige Lieferung noch lange nicht süß genug ist. Und in der Tat bestehen die 600 Gramm Teig nur zu einem Viertel aus Zucker. Wie viel Gramm Zucker muss der Bäckerlehrling noch hinzugefügen, um die richtige Teigmischung zu bekommen?

(a) 125 Gramm

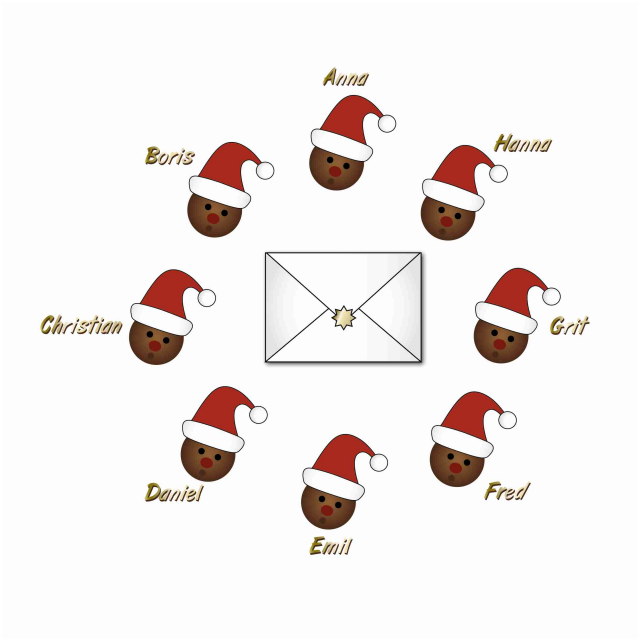
(b) 150 Gramm

(c) 200 Gramm

(d) 300 Gramm

18 Stress mit der Weihnachtspost

Oh Schreck! Jetzt ist schon der 17. Dezember, und Ina hat noch immer nicht ihre Weihnachtspost erledigt. Dabei wollte sie doch allen ihren guten Freunden einen Weihnachtsgruß senden. Ina überlegt sich, dass sie ein bisschen Zeit sparen kann, wenn sie sich nicht für jeden ihrer Freunde einen neuen Text ausdenkt, sondern denselben Text, einen Standardtext, mehrmals verwendet. Allerdings sollen diejenigen aus ihrem Bekanntenkreis, die miteinander befreudet sind, nicht denselben Standardtext bekommen. Inas Bekanntenkreis besteht aus Anna, Boris, Christian, Daniel, Emil, Fred, Grit und Hanna. Ina macht sich ein paar Notizen, wobei sie ihre Bekannten mit A, B, C, ..., H abkürzt: Befreundet sind A und F, A und G, A und H, B und E, B und F, C und D, E und F, F und G, F und H, G und H. Wie viele Standardtexte braucht Ina mindestens?



(a) 2

(b) 3

(c) 4

(d) 5

19 Rentier Rudi auf Diät

Im Dezember 2007 wog Rudi, der ganze Stolz des weihnachtlichen Rentierstalls, ein Drittel mehr als im Vorjahr 2006. Daraufhin wurde Rudi auf Diät gesetzt. Ein Jahr später, im Dezember 2008, wiegt er ein Drittel weniger als im Dezember 2007. Seit Dezember 2006 ist sein Gewicht

(a) gestiegen

(b) gesunken

(c) gleich geblieben

20 In der Weinachtsschneiderei

Der Weihnachtsmann lässt in seiner Schneiderei Mützen für seine Rentiere nähen, damit sie beim Geschenkeverteilen festlich aussehen und sich nicht die Ohren abfrieren. Eine komplette Mütze kann aus einem Rechteck der Größe $60\,\text{cm} \cdot 80\,\text{cm}$ geschneidert werden. Die Weihnachtsmannschneiderei bittet beim Weihnachtsmann um mehr Stoff, da das Reststück vom letzten Jahr mit der Größe $190\,\text{cm} \cdot 120\,\text{cm}$ nicht ausreicht, um alle Rentiere auszustatten. Der Weihnachtsmann schickt eine Stoffbahn der Größe $90\,\text{cm} \cdot 250\,\text{cm}$, und jetzt reicht der Stoff. Wie viele Rentiere hat der Weihnachtsmann vor seinem Schlitten, wenn jedes Rentier eine Mütze bekommt und der Stoff optimal ausgenutzt wird?

(a) 5

(b) 6

(c) 7

(d) 8

21 Zähle die Geschwister!

Ella und Helmut sind Geschwister und der Weihnachtsmann weiß nur, dass die Anzahl von Ellas Schwestern plus die Anzahl von Helmuts Brüdern gleich vier ist. Wie viele Geschenke muss der Weihnachtsmann mitbringen, damit keines der Geschwister leer ausgeht und jedes Kind in dieser Familie genau ein Geschenk bekommt?

(a) 6

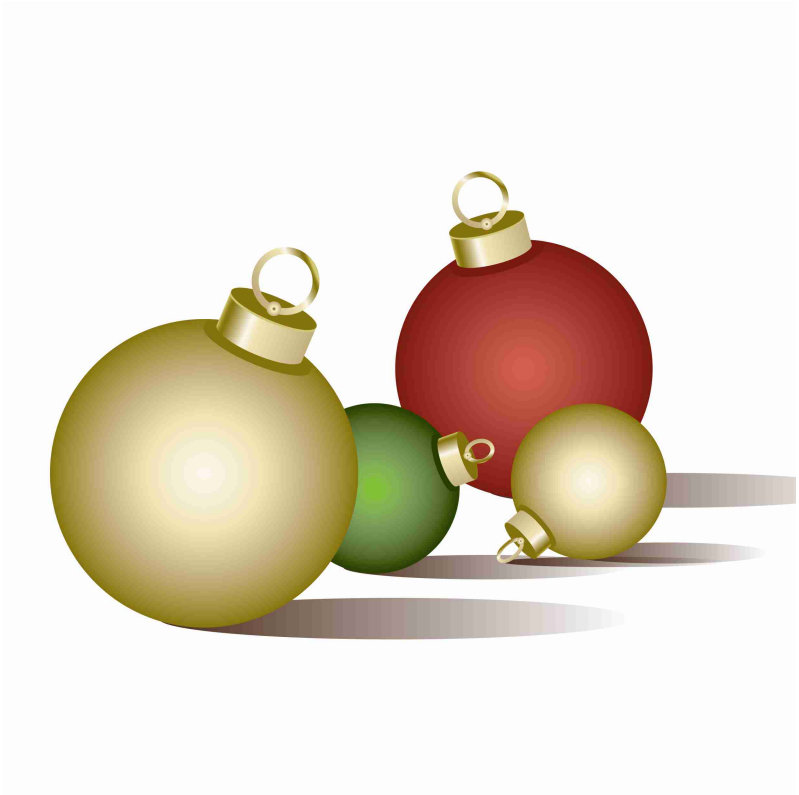
(b) 7

(c) 5

(d) 4

22 Tims Weihnachtskugeln

Kurz vor Weihnachten fällt Tims Mutter siedend heiß ein, dass letztes Jahr jede Menge Weihnachtskugeln zu Bruch gegangen sind. Vor allem von den großen farbigen Kugeln, die sie so gerne am Baum sieht. Sie schickt ihren Sohn Tim auf den Speicher, um eine Bestandsaufnahme zu machen. Als er zurückkommt, verkündet er: „Jede dritte Weihnachtskugel ist golden, der Rest ist farbig. Die Hälfte der goldenen Kugeln und die Hälfte der farbigen Kugeln sind groß, die übrigen sind klein. Es gibt sechs kleine goldene Weihnachtskugeln in der Kiste.“ Verwirrt fragt die Mutter: „Wie viele große farbige Weihnachtskugeln haben wir denn nun noch?“



(a) 3

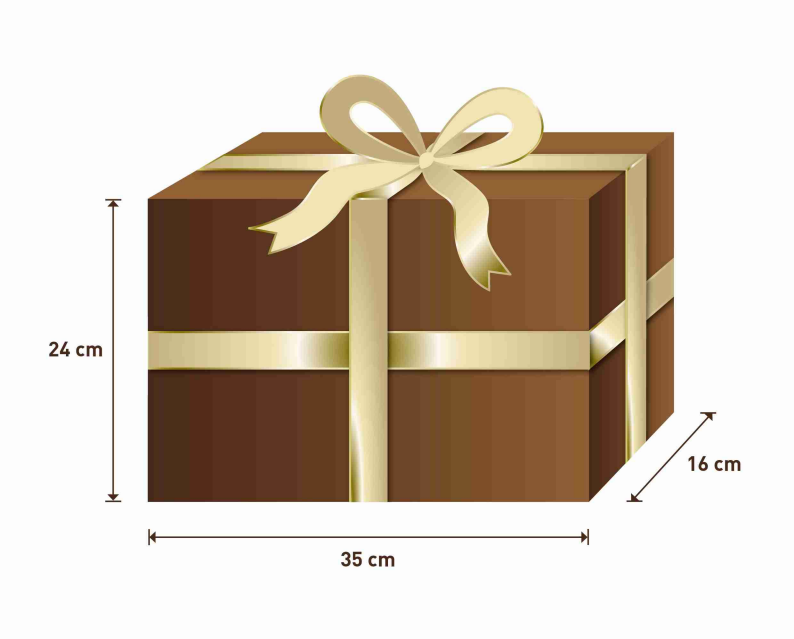
(b) 6

(c) 12

(d) 15

23 Das Geschenkband

Nur noch einmal schlafen bis Heiligabend. Klara will für ihren kleinen Bruder noch schnell ein Geschenk einpacken. Der Karton mit dem Teddybären für ihren Bruder ist 24 cm hoch, 35 cm breit und 16 cm tief. Geschenkpapier hat Klara noch jede Menge, mit dem Geschenkband könnte es knapp werden. Wie viel Geschenkband benötigt Klara, wenn die Schleife insgesamt 30 cm lang ist?



(a) 330 cm

(b) 300 cm

(c) 280 cm

(d) 240 cm

24 Naschereien am Weihnachtsbaum

Opa Jürgen schmückt am Morgen des Heiligen Abends den Weihnachtsbaum. Neben schillernden bunten Kugeln, Lametta und Engeln hängt er Naschereien in die Zweige des Baums. Er will, dass jedes seiner Enkel gleich viel davon bekommt. Und wenn keiner schummelt und sich vorher etwas vom Baum klaut, können die Enkel alle Leckereien gerecht unter sich aufteilen. Jeder hat dann am Ende gleich viel von jeder Sorte auf seinem Weinachtsteller liegen. Opa Jürgen hängt 8 große Lebkuchenherzen, 16 Tannenzapfen aus Nougat und 12 Sterne aus Marzipan in den Baum. Wie viele Enkel hat Opa Jürgen?

(a) 3 Enkel

(b) 4 Enkel

(c) 6 Enkel

(d) 8 Enkel

25 Lösungen

Aufgabe 1:
Antwort (c) ist richtig. Ihr könnt die Lösung durch Ausprobieren aller Lösungsvorschläge oder durch Aufstellen von drei Gleichungen finden. Zuerst erklären wir die Probiervariante.
Bei dieser Methode testet man einfach alle Lösungsvorschläge durch. Lösungsvorschlag (a) probiert man zum Beispiel folgendermaßen aus: Hat David 12 Zimtsterne gegessen, so muss Casper 24 vertilgt haben und Friedrich 6. Schließlich ist Casper doppelt so viele wie David und viermal so viele wie Friedrich. Zählt man jetzt alle gefutterten Zimtsterne zusammen, kommt man aber nur auf 12 + 24 + 6 = 42. Es wurden aber 49 gegessen, dieser Lösungsvorschlag kann also nicht richtig sein. Probiert man so alle Vorschläge durch, findet man schnell heraus, dass bei (c) die Rechnung aufgeht.
Wem das geschummelt vorkommt, der kann auch etwas systematischer vorgehen: Steht C für die Anzahl von Zimtsternen, die Casper gegessen hat, D für die Anzahl, die David gegessen hat und F für die Anzahl, die Friedrich gegessen hat, so gilt die Gleichung $C + D + F = 49$. Außerdem wissen wir: $D = C/2$ und $F = C/4$. Insgesamt haben wir damit drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} C + D + F &= 49 \\ D &= C/2 \\ F &= C/4 \end{aligned}$$

Setzen wir die unteren beiden Gleichungen in die obere ein, ergibt sich schon fast die Lösung: $C + C/2 + C/4 = (1 + 1/2 + 1/4) \cdot C = 7/4 \cdot C = 49$, umgeformt also $C = 28$ und somit D = 14.
Der große Vorteil der zweiten Methode ist, dass man gar nicht auf die Lösungsvorschläge angewiesen ist. Dafür ist sie aber ein bisschen komplizierter.

Aufgabe 2:
Antwort (b) ist richtig. Der Weg am rechten Rand ist 120 m + 80 m + 140 m = 340 m lang. Der Weg am linken Rand ist 20 m kürzer, also 320 m lang. Die Länge des mittleren Weges liegt genau zwischen diesen beiden Werten, ist also 330 m. Das kannst du auch überprüfen, indem du die Zeichnung auf Kästchenpapier überträgst (z.B. zwei Kästchen pro zehn Meter) und nachmisst.
Der Oberweihnachtswichtel will seine Kollegen offenbar über's Ohr hauern.

Aufgabe 3:
Antwort (c) ist richtig. In arabischen Zahlen geschrieben sieht der Wunschzettel so aus:

6	Fußbälle
29	Tischtenniskellen
17	Mathebücher
1069	Bonbons
124	Füllfederhalter
445	Kreidepackungen

Addiert man alle Zahlen, so erhält man 1690. Dies ist in römischen Zahlen geschrieben MDCXC.

Aufgabe 4:
Antwort (b) ist richtig. Nimmt Heinz für beide Strecken ein Rentier, braucht er fünf Minuten weniger, also nur noch 20 Minuten. Damit wissen wir, dass er für je eine Strecke mit dem Rentier 10 Minuten braucht. Ziehen wir von den 25 Minuten die 10 „Rentier-Minuten“ ab, erhalten wir die Zeit, die er zu Fuß unterwegs ist, und zwar 15 Minuten. Hin und zurück benötigt er zu Fuß also 30 Minuten.

Aufgabe 5:
Antwort (d) ist richtig. Sie schafft jeden Tag $100\,\text{km} - 10\,\text{km} = 90\,\text{km}$, rechnet man die Kobolde mit ein. In 26 Tagen schafft sie $26 \cdot 90\,\text{km} = 2340\,\text{km}$, die restlichen 97 km schafft sie am 27. Tag. Finja muss also spätestens am 28. November starten.

Aufgabe 6:
Antwort (a) ist richtig. Der direkte Weg zu Familie Schnee ist für den Nikolaus nutzlos, da er von dort nicht mehr zu den anderen beiden Familien kommt. Als erstes muss er also zu Familie Leise. Dorthin führen zwei Wege. Als nächstes gelangt er zu Familie Rieselt auf zwei Wegen. Zuletzt kann er zwischen drei Wegen auswählen, um zu Familie Schnee zu gelangen. Insgesamt hat er also $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ Möglichkeiten, um alle drei Familien zu besuchen.

Aufgabe 7:
Antwort (d) ist richtig. Den Buchstaben aus der Überschrift kann man folgende Verschlüsselungsbuchstaben zuordnen:

W	U	N	S	C	H	Z	E	T	T	E	L		V	O	N
T	R	K	P	Z	E	W	B	Q	Q	B	I		S	L	K

P	E	T	R	A		W	I	N	K	M	A	N	N
M	B	Q	O	X		T	F	K	H	J	X	K	K

Petra hat für ihren Wunschzettel die Ursprungsbuchstaben im Alphabet um drei Stellen nach vorne verschoben. So wird zum Beispiel aus einem W ein T. Damit kommen wir zu folgenden Wünschen von Petra:

- Schokolade
- Taschenrechner
- Kartenspiel
- Turnschuhe

Da sich Petra weder eine Spielekonsole, noch Bücher, noch ein Kuscheltier wünscht, aber Schokolade als Vertreter der Süßigkeiten auf dem Wunschzettel auftaucht, ist Antwort (d) richtig.
Diese Art der Verschlüsselung heißt übrigens Cäsar-Verschlüsselung, da sie bereits vom römischen Kaiser Gaius Julius Cäsar angewandt wurde. Er soll dieses Verfahren verwendet haben, um seine militärische Korrespondenz geheim zu halten. Cäsar verwendete für die Verschlüsselung häufig eine Verschiebung des Alphabets um drei Buchstaben, so wie Petra auch.

Aufgabe 8:
Antwort (c) ist richtig. Stell Dir einfach alle Berliner Kinder in einer Reihe vor. Jetzt klebst Du jedem zweiten Kind einen roten Punkt auf die Nase. Wenn Du damit fertig bist, klebst Du jedem fünften Kind von den bereits beklebten Kindern einen grünen Punkt auf die Nase. Roter Punkt bedeutet „wünscht sich mindestens ein Geschenk“ und grüner Punkt bedeutet „wünscht sich mindestens drei Geschenke“. Jedes 10. Kind hat zwei Punkte auf der Nase und deshalb ist (c) die richtige Antwort.

Aufgabe 9:
Antwort (d) ist richtig. Stell Dir vor, der Weihnachtsmann teilt nacheinander die fünf Geschenke aus. Für das erste Geschenk hat er fünf Möglichkeiten, denn er könnte es jedem der fünf Kinder geben. Nachdem er das erste Geschenk verteilt hat, nimmt er das zweite Geschenk. Hierfür hat er noch vier Möglichkeiten, denn so viele Kinder haben noch kein Geschenk erhalten. Für das dritte Geschenk hat er drei Möglichkeiten, für das vierte Geschenk hat er zwei Möglichkeiten, das fünfte und letzte Geschenk bekommt das Kind, das bislang leer ausgegangen ist. Insgesamt ergeben sich $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ Möglichkeiten.

Aufgabe 10:
Antwort (b) ist richtig. Zusammen geben Axel, Raman und Thilo sechs Euro für die Lose aus. Davon sind zwei Euro von Raman, macht ein Drittel. Ein Drittel vom Gewinn sind $66\,€ \div 3 = 22\,€$.

Aufgabe 11:
Die Antwort (c) ist richtig. Ein Liter Kraftstoff für die Weihnachtsschlitten besteht zur Hälfte aus Blitzeflitz. Blitzeflitz besteht zur Hälfte aus Supersaus. Die Hälfte von einer Hälfte ist ein Viertel.

Aufgabe 12:
Antwort (c) ist richtig. Benjamin hat das Geschenk versteckt und Benjamin hat als Einziger gelogen. Alle anderen Möglichkeiten kannst Du ausschließen: Hätte zum Beispiel Anna das Geschenkt versteckt, so würden Anna, Bruno und Benjamin lügen, also mehr als ein Kind.

Aufgabe 13:
Antwort (b) ist richtig. Um das auszurechnen, beginnt man mit dem rechten Ring, denn hier ist nur eine Zahl unbekannt. Damit die Summe der Zahlen im rechten Ring 55 ergibt, muss der Buchstabenkeks B durch den Zahlenkeks 8 ersetzt werden. Die Summe der Zahlen im linken Ring ist dann $8 + 11 + 8 + 9 + 9 = 45$. Also muss der Buchstabenkeks A noch durch den Zahlenkeks 10 ersetzt werden.

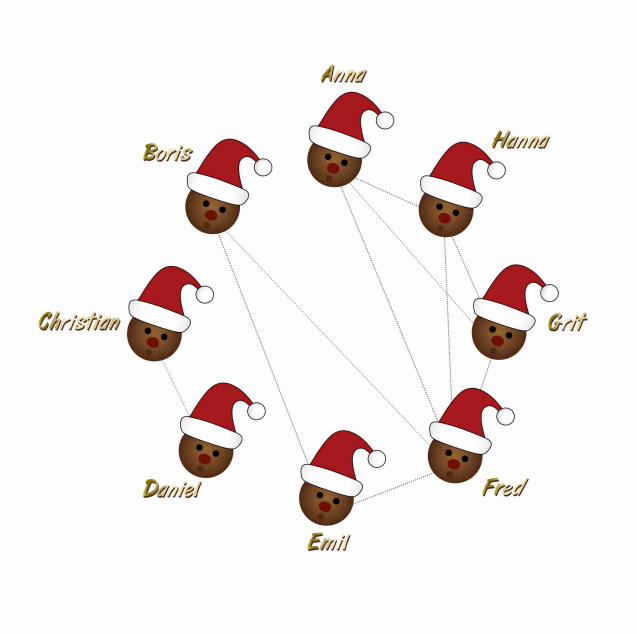
Aufgabe 14:
Antwort (b) ist richtig. Ein Törtchen war komplett abgedeckt von dem Zettel. Die restlichen abgedeckten Stücke lassen sich genau zu einem ganzen Stück zusammen setzen. Opa Fritz muss also den Preis für zwei Törtchen bezahlen. Dieser lässt sich leicht berechnen: Fünf Törtchen kosten zehn Euro, ein einzelnes Törtchen kostet demnach zwei Euro, und zwei Törtchen kosten vier Euro.

Aufgabe 15:
Antwort (d) ist richtig. Holt Matze nur 18 Mäuse unter dem Tuch hervor, so könnte es passieren, dass er ausschließlich weiße und graue Mäuse erwischt. Holt er 19 Mäuse unter dem Tuch hervor, so muss eine Maus von jeder Farbe dabei sein. Denn es gibt nur 18 Mäuse, die nicht schwarz sind, 16 Mäuse die nicht grau sind, und 12 Mäuse, die nicht weiß sind.

Aufgabe 16:
Antwort (b) ist richtig. Der Weihnachtsmann erreicht um 14 Uhr Arnis Haus und tritt – wie man im Diagramm ablesen kann – sofort seinen Heimweg an. Eineinhalb Stunden später, um 15:30 Uhr, legt er seine Picknickpause ein. Also 1 Stunde und 30 Minuten nach seiner Rückkehr von Arnis Haus. Die Picknickspause erkennt man daran, dass der Weihnachtsmann in der Zeitspanne seinem Zuhause nicht näher kommt.

Aufgabe 17:
Antwort (d) ist richtig. 600 Gramm Teig enthalten 150 Gramm Zucker. Schüttet man noch 300 Gramm Zucker hinzu, so hat man insgesamt 900 Gramm Teig, der 450 Gramm Zucker enthält. Macht genau die Hälfte.

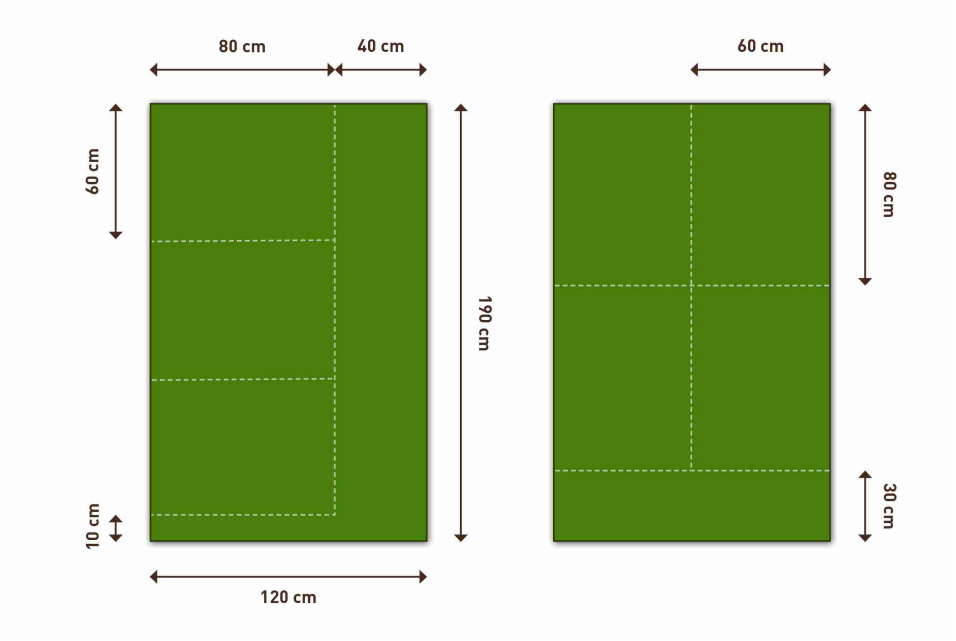
Aufgabe 18:
Antwort (d) ist richtig. Holt Matze nur 18 Mäuse unter dem Tuch hervor, so könnte es passieren, dass er ausschließlich weiße und graue Mäuse erwischt. Holt er 19 Mäuse unter dem Tuch hervor, so muss eine Maus von jeder Farbe dabei sein. Denn es gibt nur 18 Mäuse, die nicht schwarz sind, 16 Mäuse die nicht grau sind, und 12 Mäuse, die nicht weiß sind. *Lösung:* Antwort (c) ist richtig. Ina braucht mindestens vier Standardtexte. Zum Beispiel könnte sie Brief Nr. 1 an Anna, Boris und Christian, Brief Nr. 2 an Daniel und Fred, Brief Nr. 3 an Emil und Grit und Brief Nr. 4 an Hanna schicken. Auf Antwort (c) kannst du durch logische Schlüsse kommen. Antworten (a) und (b) kannst du zum Beispiel ausschließen, weil Anna, Fred, Grit und Hanna alle untereinander befreundet sind.
Vielleicht hilft dir bei der Lösung auch die folgende Skizze:



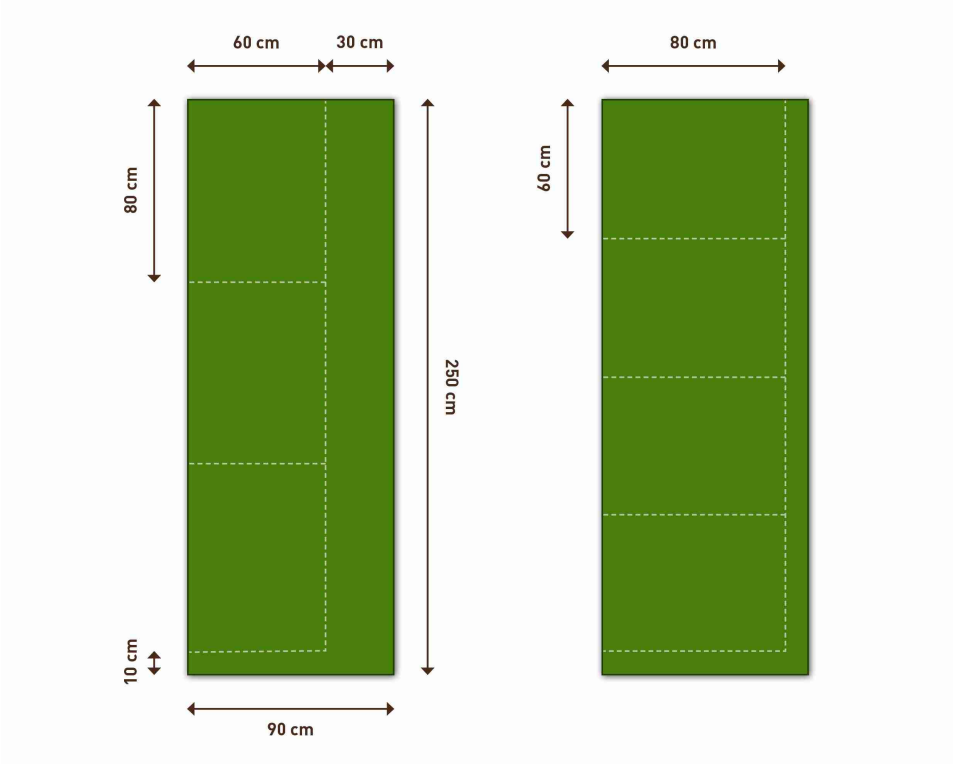
Zwei Bekannte sind durch eine Linie verbunden, wenn sie miteinander befreundet sind, also nicht denselben Standardtext bekommen dürfen. An den Verbindungslinien erkennt man sofort, wer nicht denselben Standardbrief bekommen darf.

Aufgabe 19:
Antwort (b) ist richtig. Nehmen wir an, Rudi wog im Dezember 2006 genau 90 kg. Dann wog er im Jahr 2007 ein Drittel mehr, also 120 kg. Nach der Diät wiegt er ein Drittel weniger als 120 kg, das heißt 80 kg. Insgesamt hat er in den zwei Jahren also abgenommen. Diese Rechnung lässt auf jedes beliebiges Ausgangsgewicht anwenden.

Aufgabe 20:
Antwort (d) ist richtig. In der folgenden Abbildung erkennt man, dass es verschiedene Varianten gibt, das Reststück der Größe 190 cm·120 cm in Rechtecke der Größe 60 cm·80 cm zu zerschneiden.



Es geht natürlich darum, den Stoff in möglichst viele Rechtecke aufzuteilen. Die erste Variante wäre, die längere Seite des Mützen-Rechtecks entlang der 120 cm-Seite zu platzieren, wie in dem linken Bild der Abbildung. Fährt man so fort, indem man die Mützen-Rechtecke jeweils untereinander setzt, kann man drei der gewünschten Rechtecke herausschneiden. Hierbei bleibt jedoch ein ziemlich großer Rest der Größe 40 cm · 190 cm + 10 cm · 80 cm übrig, was Verschwendung ist. Probieren wir es also mit einer anderen Variante: Platzieren wir die kürzere Seite des Mützen-Rechtecks an der oberen 120 cm breiten Kante des Stoffstücks, passen genau zwei Rechtecke nebeneinander. Die andere Seite des Gesamtstücks hat eine Länge von 190 cm. Es ist also möglich $2 \cdot 80$ cm darin unterzubringen, das heißt, es passen nun vier Rechtecke in das Reststück (siehe rechtes Bild der Abbildung) und somit verbleibt auch weniger Abfall. Geht es noch besser? Nein, denn die Restfläche beträgt $0,36\,\mathrm{m}^2$, ein Rechtecksstück ist aber $0,48\,\mathrm{m}^2$ groß.
Für vier Mützen hat der Stoff schon gereicht. Fehlt nur noch das Zusatzstück des Weihnachtsmanns mit der Größe von 90 cm · 250 cm. Auch hier gibt es wieder mehrere Varianten.
Richtet man die kürzere Seite des Mützen-Rechtecks an der 90 cm-Seite des Zusatzstücks aus und setzt die Rechtecke untereinander, reicht der Stoff für drei Mützen (siehe linkes Bild der Abbildung). Aber auch bei dieser ersten Lösung bleibt ein Menge Stoff übrig. Um das zu vermeiden, ordnet man die Rechtecke am besten so an, dass die 80 cm-Seite an der 90 cm-Seite anliegt. So kann man vier Mützen-Rechtecke ausschneiden und es bleibt nur noch ein kleiner Stofffetzen von $0.33\,\mathrm{m}^2$ übrig, wie im rechten Bild der Abbildung zu sehen ist. Auch hier gibt es keine bessere Aufteilung, da der Rest weniger Fläche als ein einzelnes Rechteck hat. Der Weihnachtsmann kann mit dem Stoff, der ihm zur Verfügung steht, acht Rentiere ausstatten, die seinen Schlitten ziehen.



Aufgabe 21:
Antwort (a) ist richtig. Ella und Helmut haben zusammen vier Geschwister, Ella und Helmut nicht mitgezählt. Zusammen sind sie sechs Kinder.

Aufgabe 22:
Antwort (c) ist richtig. Es gibt 6 kleine goldene Weihnachtskugeln. Sie machen die Hälfte der goldenen Kugeln aus, hiervon gibt es also 12. Nur jede dritte Kugel ist golden, also sind 24 nicht-goldene (farbige) Weihnachtskugeln in der Kiste. Die Hälfte hiervon ist groß. Demnach gibt es 12 große farbige Kugeln.

Aufgabe 23:
Antwort (a) ist richtig. Klara benötigt genau 3,30 m. Und so rechnet sie es aus: $4 \cdot 24\,\text{cm} + 4 \cdot 35\,\text{cm} + 4 \cdot 16\,\text{cm} + 30\,\text{cm} = 330\,\text{cm}$.

Aufgabe 24:
Antwort (b) ist richtig. Damit jedes Enkelkind am Ende gleich viel vom Weihnachtsbaum sammeln kann, muss die Anzahl der Enkelkinder ein gemeinsamer Teiler der Zahlen 8 (Lebkuchenherzen), 16 (Tannenzapfen) und 12 (Marzipansterne) sein. Infrage kommt also nur die Zahl 4. Opa Jürgen hat vier Enkel und jeder bekommt gleich viel Naschereien vom Weihnachtsbaum.

Frohe Weihnachten!